

2021 年安徽省中小学新任教师公开招聘考试

中学数学专业知识真题答案解析

考生注意事项：

1. 答题前，务必在试卷、答题卡规定的地方填写自己的姓名、考点、准考证号，在答题卡背面左下角填写姓名和座位号，每个空格只能填写一个阿拉伯数字，要填写工整，笔记清晰。
2. 请考生认真核对答题卡所黏贴的条形码中的姓名、准考证号、座号与本人姓名、准考证号、座号是否一致。
3. 答题前，请仔细阅读答题卡上注意事项要求。答选择题时，用 2B 铅笔把对应题目答案标号涂黑，如需要改动，用橡皮擦干净后再涂黑其他标号。
4. 答其他题目时，必须使用 0.5 毫米的黑色墨水签字笔在答题卡上书写，要求字体工整，笔迹清晰，必须在题号所提示的答题区域作答，超出答题区域书写的答案无效。试卷、草稿纸上答题无效。
5. 考试结束，务必将试题卷和答题卡一并上交。
6. 本考试为闭卷考试，满分 120 分，考试时间为 150 分钟。

一、单项选择题（本大题共 10 分，每小题 4 分，共 40 分）

1. 若集合 $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ ，集合 $B = \{x | y = \log_2(1-x)\}$ ，则 $A \cap B =$ ()
A. $\{2\}$ B. $\{1, 2\}$ C. $\{-2, -1, 0\}$ D. $\{-2, -1, 0, 1\}$
2. 若复数 z 满足 $z = (1-i) = 2i$ (i 是虚数单位)，则 z 的共轭复数是 ()
A. $-1-i$ B. $-1+i$ C. $1+i$ D. $1-i$
3. $x^2 - 3x + 1 = 0$ ，则 $x + \frac{1}{x}$ 的值为 ()
A. -3 B. $-\sqrt{5}$ C. $\sqrt{5}$ D. 3
4. 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 R , $f(x+1) = 2x - 3$ ，若 $f(a) = 1$ ，则 a 的值为 ()

A.1B.2C.3D.4

5.已知等差数列 $\{a_n\}$ 的首项为8，公差为-3，前n项和为 S_n ，当 $|S_n|$ 最小时，n的值为（）

A.7B.6C.5D.4

6.已知 $a=\log_3 0.3$, $b=3^{0.3}$, $c=0.3^3$, 则a, b, c的大小关系为（）

A. $a < b < c$ B. $a < c < b$ C. $c < a < b$ D. $c < b < a$

7.两位老师和三位学生随机站成一排照相，则两端至少有一位是老师的概率是（）

A. $\frac{2}{5}$ B. $\frac{3}{5}$ C. $\frac{7}{10}$ D. $\frac{9}{10}$

8.《义务教育数学课程标准》（2011年版）把行为动词分成两类，一类是描述结果目标的行为动词，另一类是描述过程目标的行为动词是（）。

A.掌握 B.运用 C.理解 D.探索

9.下列选项中，与《普通高中数学课程标准》(2017年版 2020年修订)，关于数学课程基本理念表述不符合的是（）

A.学生发展为本，立德树人，提升素养

B.优化课程结构，突出主线，精选内容

C.把握数学本质，启发思考，改进教学

D.重视结果评价，加强训练，提高成绩

10.下列选项中，与《普通高中数学课程标准》(2017年版 2020年修订)，关于数学的表述不符合的是（）

A.数学是研究数学关系和文字关系的一门科学

B.数学和人类生活社会发展紧密关联

C.数学不仅是运用和推理工具，还是表达和交流语言

D.数学承载着思想和文化，是人类文明的重要组成部分

二、填空题(本大题共 5 小题，每小题 4 分，共 20 分)

11. 已知向量 $a = (2, \sin \theta)$, $b = (\cos \theta, -1)$, 若 $a \perp b$, 则 $\tan(\theta - \frac{\pi}{4}) =$ SSS。

12. 若 $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 1} - ax)$, 则 a 的值为 SSS。

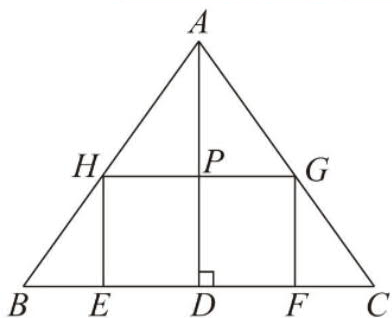
13. 计算 $\int_1^2 \frac{1}{x^2 + 2x} dx =$ SSS。

14. 在平面直角坐标系 xOy 中, 曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x = \cos \theta \\ y = 1 + \sin \theta \end{cases}$ (θ 为参数) 若以 O 为极点, x 轴的非负半轴为极轴建立坐标系, 则曲线 C 的坐标方程为: SSS。

15. 《普通高中数学课程标准(2017 年版 2020 年修订)》明确指出: 通过高中数学课程的学习, 学生能获得进一步学习以及未来发展所需的数学基础知识、基本技能、SSS、SSS。(简称“四基”)

三、计算题(本大题共 5 题，每题 8 分，共 40 分)

16. 如图在锐角 $\triangle ABC$ 中, $AD \perp BC$, 垂足为 D , $BC=8$, $AD=6$, 点 E 、 F 在 BC 上, H 、 G 分别在 AB 、 AC 上, 若四边形 $HGEF$ 是矩形, 当他的面积最大时, 求 EF 的长。

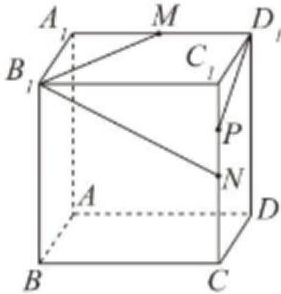


17. $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , $c \sin 2B = \sqrt{3} b \sin c$ 。

(1) 求 B ; (3 分)

(2)若 $b=2$ ，求 $\triangle ABC$ 面积最大值。(5 分)

18.如图，正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 棱长为 4，M、N、P 分别为 A_1D_1 、 CC_1 、 C_1N 的中点。



(1) 证明: $D_1P \parallel$ 平面 B_1MN ; (4 分)

(2) 求点 P 到平面 B_1MN 的距离。(4 分)

19.已知函数 $f(x) = (x^2 - ax + 1)e^x$ 。

(1) 当 $a=1$ 时，求函数 $f(x)$ 在 $x=0$ 处的切线方程; (4 分)

(2) 讨论函数 $f(x)$ 的单调性。(4 分)

20.已知 $F(-1, 0)$ 为椭圆 $r: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的左焦点，斜率为 1 的直线 L 交椭圆于 A、B 两点，当直线 L 经过点 F 时，也经过点 $(0, b)$ 。

(1) 求椭圆 r 的方程; (3 分)

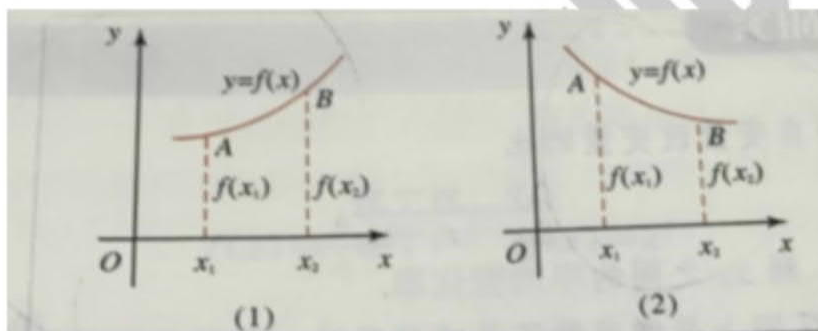
(2)若 O 为坐标原点，直线 L(不经过原点)与 X 轴相较于点 M,点 A 关于 X 轴的对称点为 D, 线 BD 与 x 轴相交于点 N,求证 $|OM| \cdot |ON|$ 为定值。(5 分)

四、案例分析题 (本大题共 10 分)

21.一下素材选自高中数学必修 1 教材:

一般的，设函数 $f(x)$ 的定义域为 I: 如果对于定义域 I 内某个区间 D 上的任意的两个自变量的值，当 $x_1 < x_2$ 时，都有 $f(x_1) < f(x_2)$ ，那

么就说函数 $f(x)$ 在区间 D 上是增函数，（如图 1）如果对于定义域 I 内某个区间 D 上的任意两个自变量，当 $x_1 > x_2$ ，都有 $f(x_1) > f(x_2)$ ，那么就说函数 $f(x)$ 在区间 D 上是减函数（如图 2）。如果函数 $y=f(x)$ 在区间 D 上是增函数或减函数，那么说函数 $y=f(x)$ 在这一区间具有严格的单调性，区间 D 叫作 $y=f(x)$ 的单调区间。



(1) 理解“函数单调性”定义，你认为应该注意哪几点？

(2) 在以上教学过程中，你认为应该重点发展学生数学学科的哪些核心素养？

五、教学设计（本大题共 10 分）

22. 以下素材来自中学数学教材：

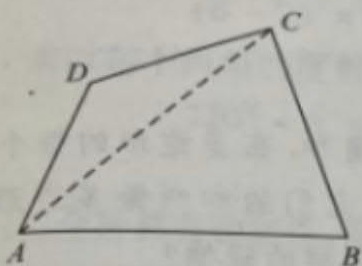


探究

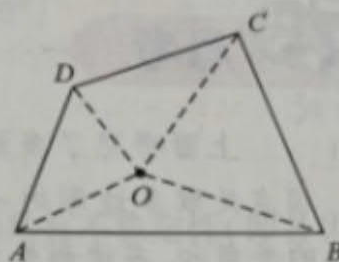
我们知道，三角形的内角和为 180° ，下面来探讨多边形的内角和。

1. 四边形的内角和是多少？

按下面两种方法之一试一试：



(1)



(2)

图 19-4

(1) 如图 19-4(1)，连接 AC，能推得四边形的内角和吗？

多边形中连接不相邻两个顶点的线段叫做多边形



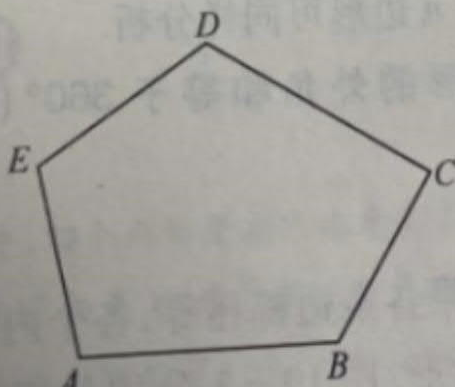
形的对角线(diagonal of polygon), 这里的 AC 是四边形 $ABCD$ 的一条对角线.

(2) 如图 19-4(2), 在四边形内任取一点 O , 连接 OA, OB, OC, OD , 也能推得四边形内角和吗?

四边形的内角和等于_____.

2. 五边形的内角和又是多少呢?

如图 19-5, 能仿照上述方法去推得吗?



五边形的内角和等于_____.

3. 一般地, n 边形的内角和是多少呢?

你能给出这个定理的证明吗?

定理 n 边形的内角和等于 $(n-2) \cdot 180^\circ$ (n 为不小于 3 的整数).

(1) 在以上内容的教学活动中, 如何发展学生的推理能力?

(2) 根据以上内容, 写出具体的教学过程。

答案解析

一、单项选择题

1.C 【解析】 集合 $B = \{x | y = \log_2(1-x)\}$, 根据对数函数的定义, $1-x > 0$, 所以 $x < 1$, 所以 $B = \{x | x < 1\}$, $A \cap B = \{-2, -1, 0, 1, 2\} \cap \{x | x < 1\} = \{-2, -1, 0\}$.

故选 C。

2.A 【解析】 $z = \frac{2i}{1-i} = \frac{2i(1+i)}{(1-i)(1+i)} = -1+i$, $\bar{z} = -1-i$ 。故选 A。

3.D 【解析】 已知 $x^2-3x+1=0$, 要求 $x+\frac{1}{x}$, 可让等式两边同时除以 x , 得 $x-3+\frac{1}{x}=0$, 所以 $x+\frac{1}{x}=3$ 。故选 D。

4.C 【解析】 已知 $f(x+1)=2x-3$, 可令 $m=x+1$, 则 $x=m-1$, 所以 $f(m)=2(m-1)-3=2m-5$ 。

因为 $f(a)=1$, 所以, $f(a)=2a-5=1$, 所以 $a=3$ 。故选 C。

5.B 【解析】 已知 $\{a_n\}$ 是首项为 8, 公差为 -3 的等差数列, 所以前 n 项和 $s_n = 8n + \frac{n(n-1)}{2}(-3) = \frac{19}{2}n - \frac{3}{2}n^2$, $s_5 = 10$, $s_6 = 3$, $s_7 = -7$, 画出简单的图象, 可知当 $|s_n|$ 最小时, $n=6$ 。

6.B 【解析】 因为 $a = \log_3 0.3 < \log_3 1 = 0$, $b = 3^{0.3} > 1$, $0 < c = 0.3^3 < 1$, 所以 $a < c < b$ 。本题也可通过画出简单的函数图象得出答案。

7.C 【解析】 设两端至少有一位是老师的事件是 A。两位老师和三名学生占站成一排, 一共有 $A_5^5 = 5 \times 4 \times 3 \times 2 = 120$ 种排法, 两端没有一位老师, 一共有 $A_3^2 A_3^3 = 36$ 种排法。 $P(A) = \frac{120-36}{120} = \frac{7}{10}$ 。

8.D 【解析】 《义务教育数学课程标准》(2011 年版)中有两类行为动词, 一类是描述结果目标的行为动词, 包括“了解、理解、掌握、运用”等术语。另一类是描述过程目标的行为动词, 包括“经历、体验、探索”等术语。

9.D 【解析】 《普通高中数学课程标准》(2017 年版 2020 年修订)的数学课程基本理念有

(1) 学生发展为本, 立德树人, 提升素养; (2) 优化课程结构, 突

出主线，精选内容；

(3) 把握数学本质，启发思考，改进教学；(4) 重视过程评价，聚焦素养，提高质量，

故选 D。

10.A 【解析】《普通高中数学课程标准》(2017 年版 2020 年修订)指出，数学是研究数量关系和空间形式的科学，其他选项正确。

二、填空题

11. $\frac{1}{3}$ 【解析】因为 $a \perp b$, 所以

$$a \cdot b = 2 \cos \theta - \sin \theta = 0, \tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = 2, \tan(\theta - \frac{\pi}{4}) = \frac{\tan \theta - 1}{1 + \tan \theta} = \frac{1}{3}.$$

12.1 【解析】

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 1} - ax) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(\sqrt{x^2 + 1} - ax)(\sqrt{x^2 + 1} + ax)}{\sqrt{x^2 + 1} + ax} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 1 - a^2 x^2}{\sqrt{x^2 + 1} + ax} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(1 - a^2)x^2 + 1}{\sqrt{x^2 + 1} + ax} = 0,$$

$1 - a^2 = 0$, $a = \pm 1$, 当 $a = -1$ 时, 分母为 0, 所以 $a = 1$ 。

13. $2 \ln 2 - \ln 3$ 【解析】

$$\int_1^2 \frac{1}{x^2 + x} dx = \int_1^2 \frac{1}{x(x+1)} dx = \int_1^2 \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} \right) dx = [\ln x - \ln(x+1)]_1^2 = 2 \ln 2 - \ln 3.$$

14. $\rho = 2 \sin \theta$ 【解析】由 $\begin{cases} x = \cos \theta \\ y = 1 + \sin \theta \end{cases}$ 得 $x^2 + (y-1)^2 = \cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1$, 所以

$x^2 + y^2 - 2y = 0$, 极坐标为 (ρ, θ) , $\rho^2 = x^2 + y^2$, $y = \rho \sin \theta$, 所以 $\rho^2 - 2\rho \sin \theta = 0$,

$\rho = 2 \sin \theta$ 。

15. 基本思想 基本活动经验 【解析】《普通高中数学课程标准》(2017 年版 2020 年修订)明确指出:通过高中数学课程的学习,学生能获得进一步学习以及未来发展所必需的数学基础知识、基本技能、基本思想、基本活动经验(简称“四基”)。

三、计算题。

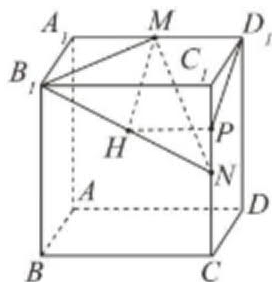


16.4 【解析】 设 AD 交 HG 于点 M。因为 HGEF 是矩形, 所以 HG // EF, 也平行与 BC, $\triangle AHG$ 相似于 $\triangle ABC$, 所以 $\frac{AM}{AD} = \frac{HG}{BC}$, 所以, $\frac{AM}{HG} = \frac{AD}{BC} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$, 设 EF=X, 所以 HG=X, $AM = \frac{3}{4}X$, $MD = 6 - \frac{3}{4}X$, 矩形 HGEF 的面积 = EF $\times$ MD = $X(6 - \frac{3}{4}X) = -\frac{3}{4}x^2 + 6x = -\frac{3}{4}(x-4)^2 + 12 (0 < x < 8)$ 。当 x=4 时, 面积最大。故 EF=4。

17. 【解析】 (1) 因为 $c \sin 2B = \sqrt{3} b \sin c$, 根据正弦定理, $2 \sin c \sin b \cos b = \sqrt{3} \sin b \sin c$, 所以 $\cos b = \frac{\sqrt{3}}{2}$, 所以 $\angle B = 30^\circ$ 。

(2) $\triangle ABC$ 的面积 = $\frac{1}{2} ac \sin B = \frac{1}{4} ac$, 因为 $\cos B = \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$, $a^2 + c^2 - 4 = \sqrt{3}ac \geq 2ac - 4$, $ac(2 - \sqrt{3}) \leq 4$, 所以 $ac \leq \frac{4}{2 - \sqrt{3}} = 8 + 4\sqrt{3}$ 。当 $ac = 8 + 4\sqrt{3}$ 时, $\triangle ABC$ 的面积最大, 为 $\frac{1}{4} ac = \frac{1}{4}(8 + 4\sqrt{3}) = 2 + \sqrt{3}$ 。

18. 【解析】 (1) 证明:

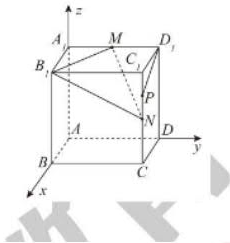


取 B_1N 的中点为点 H, 连结 MN, PH, HM, 因为 H, P 分别为 B_1N 和 C_1N 的中点, 所以 $HP \parallel B_1C_1 \parallel A_1D_1$, $HP = \frac{1}{2} B_1C_1 = \frac{1}{2} A_1D_1 = MD_1$, 所以四边形 $HM D_1 P$ 是平行四边形。因为 D_1P 平行于 MH, MH 在平面 B_1MN 上, 所以 D_1P 平行于平面 B_1MN 。

(2) 可以通过建立坐标系的方式来计算。以 A 点为原点建立空间直

角坐标系，先求平面 B_1MN 的法向量是 $\vec{n} = (1, 2, 4)$ ， $\overrightarrow{PM} = (-4, -2, 1)$ ，

$$\text{点 } P \text{ 到平面 } B_1MN \text{ 的距离} = \frac{|\overrightarrow{PM} \cdot \vec{n}|}{|\vec{n}|} = \frac{4\sqrt{21}}{21}$$



19. 【解析】 (1) $f'(x) = (2x - a)e^x + (x^2 - ax + 1)e^x = [x^2 + (2 - a)x + 1 - a]e^x$ ，当 $a = -1$ 时， $f'(x) = (x^2 + 3x + 2)e^x$ ， $f'(0) = 2$ 。

$$(2) f'(x) = (x + 1 - a)(x + 1)e^x,$$

令 $f'(x) = 0$ 得 $x_1 = a - 1$ ， $x_2 = -1$

当 $a = 0$ 时， $f(x) > 0$ 恒成立， $f(x)$ 在 $\mathbb{R}$ 上单调递增；

当 $a > 0$ 时， $x \in (-x, -1)$ 时， $f(x) > 0$ ， $f(x)$ 在 $\mathbb{R}$ 上单调递增；

$x \in (-1, a - 1)$ 时， $f'(x) < 0$ ， $f(x)$ 在 $\mathbb{R}$ 上单调递减；

$x \in (a - 1, +\infty)$ 时， $f'(x) > 0$ ， $f(x)$ 在 $\mathbb{R}$ 上单调递增。

当 $a < 0$ 时， $x \in (-x, a - 1)$ 时， $f(x) > 0$ ， $f(x)$ 在 $\mathbb{R}$ 上单调递增；

$x \in (a - 1, -1)$ 时， $f'(x) < 0$ ， $f(x)$ 在 $\mathbb{R}$ 上单调递减；

$x \in (-1, +\infty)$ 时， $f'(x) > 0$ ， $f(x)$ 在 $\mathbb{R}$ 上单调递增。

20. 【解析】 (1) 因为斜率为 1 的直线经过 $(-1, 0)$ 和 $(0, b)$ ，所以

$$k = \frac{b - 0}{0 - (-1)} = 1, \quad b = 1。$$

因为 $a^2 - b^2 = c^2$ ，所以 $a^2 = 2$ ，所以椭圆方程为： $\frac{x^2}{2} + y^2 = 1$ 。

(2) 设直线 L 的直线方程为 $y = x + b$ ， $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2), D(x_1, -y_1)$ ，

将椭圆方程与直线方程联立 $\begin{cases} \frac{x^2}{2} + y^2 = 1 \\ y = x + b \end{cases}$ ，可得 $x_1 + x_2 = -\frac{4}{3}b$, $x_1 x_2 = \frac{2b^2 - 2}{3}$ ，

N 点为 $(\frac{b}{2}, 0)$, M 点为 $(b, 0)$,

则 $|OM| \cdot |ON|$ 定值为 2。

四、案例分析题

21. 【参考答案】(1) 理解函数的单调性，应该注意以下几点：①明确函数的单调性是对定义域某个区间而言的，在某个确定的点不谈单调性；②有的函数在整个定义域内单调（如一次函数），有的函数只在定义域内的某些区间单调（如二次函数），有的函数根本没有单调区间（如常函数）；③函数在定义域内的两个区间 A，B 上都是增（或减）函数，一般不认为函数在 $A \cup B$ 上是增（或减）函数。

(2) 数学抽象、数学建模、数学运算、直观想象、逻辑推理与数据分析。

五、教学设计题

22. 【参考答案】(1) 从三角形出发到四边形引出对角线再到五边形、六边形，最后到一般，从特殊到一般，从具体到抽象，符合演绎推理的过程。

(2) 教学过程：

一、创疑激趣，回顾三角形知识

同学们，请看这是什么图形？你了解它吗？你能向大家介绍三角形哪

些知识？

我们知道了三角形的内角和是 180° ，那么四边形，五边形的内角和是多少度呢？这节课我们就一起来研究。

二、自主合作，新知探究

1. 四边形内角和

（1）有同学愿意猜想四边形内角和吗？猜想也要有根据，你能说说你的根据吗？（引导学生体会理性思考）

有没有同学一看到四边形就马上想到 360° 呢？你是根据哪个图形直接想到的？（让学生借助已有的长方形、正方形知识进行理性推理，打通新旧知识之间的联系）

我们通过计算长方形、正方形的内角和是 360° ，是不是能说明所有四边形内角和都是 360° ？（引导学生体会这是一种“假设”，因为它是特殊图形中做成的“猜想”）

我们需要研究怎样的图形才能发现它们一般的特征和规律？（任意四边形）

（2）小组活动，利用学具中的任意四边形想办法计算内角和。师巡视（注意学生不同的方法）

（3）学生汇报。可能有算法，引导学生起名字。

切割法 1：一分为二求和法。（学生演示这种方法时，教师帮忙切割，强调弄清楚四个内角怎样变成六个角，分成了几个三角形，一是画了一条线段，二是分成了两个三角形）

切割法 2：一分为四求和法。讨论这种方法的问题，怎样用这种方法计算四边形内角和是 360° 。

归纳总结：四边形内角和是 360° 度。（通过不同的个性方法，验证四边形内角和，进一步认识内角含义，感受不同算法的好处）

2.五边形内角和

今天的研究我们就停在这里吗？根据经验，我们要向什么挑战？（五边形）你能猜想它是多少度吗？请你选择一种方法，证实你的猜想。

总结：看来数学的方法有很多，但是有的方法有局限性，有的方法只适合三角形和四边形，量角有误差，拼角法有的会超过 360° ，而第三种看起来最简便。我们称之为“优化法”。

列出算式： $180^\circ \times 3 = 540^\circ$ 。（学生不仅在计算度数上有了经验，而且在计算方法上也有了经验）

利用这种最优的方法，同桌互相说一说，四边形和五边形各画了几条线段，分割成几个三角形，怎样求内角和？（让学生对探究过程进行归纳整理，为进一步有序地研究其他图形指明研究方向）

现在我们就来看一看其他图形是不是也有这样的规律？

3.六边形、七边形内角和

小组合作，自己完成探究过程，填写表格。

多边形 的边数 (条)	4	5	6	7		n

画出的 线段条 数（条）	1					
三角 形 个 数 （个）	2					
多 边 形 内角和	$180^{\circ} \times 2 = 360^{\circ}$					

学生汇报，总结画出的线段数和三角形个数之间的联系。

三、归纳总结，形成规律

通过大家的研究，我们找到了规律， n 边形的内角和 $= (n-2) \times 180^{\circ}$ 。

那么请问十边形，能画几条线段，分成几个三角形？90 边形？100 边形？ n 边形呢？

四、课堂总结，拓展延伸

今天你学到了什么？在今天的研究中哪些知识或研究的过程给你留下了深刻的印象？

今天我们所研究的多边形都是凸多边形，还有一种多边形，它们叫做凹多边形，你能不能运用今天的研究方法与推理过程，探究凹多边形的内角和吗？老师期待你在课后的研究成果。



山香教育
中国教师一站式服务平台
股票代码：872987

教师之路，从山香起步！

